جامعة الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

مقياس: برمجيات احصائية حرة

محاضرة بعنوان

إعداد: د. عثمان مديني

2026 _ 2025

محاضرة: منهجية جوهانسون للتكامل المشترك (Johansen Cointegration Methodology)

---

1. مقدمة: لماذا ننتقل من إنجل-غرانجر إلى جوهانسون؟

تعلمنا في المحاضرة السابقة منهجية "إنجل–غرانجر"، والتي رغم قوتها، تعاني من قصورين أساسيين عند التعامل مع الواقع المالي المعقد:

القصور الاستيعابي: تقتصر على معالجة متغيرين اثنين فقط.

مشكلة التحيز (الداخلية): تفترض مسبقاً وجود متغير "تابع" ومتغير "مستقل"، واعتماداً على من تختار ليكون التابع، قد تتغير النتيجة الإحصائية.

الحل: قدم العالمان Søren Johansen و Katarina Juselius (1990) منهجية متكاملة تجاوزت هذه العيوب. منهجية جوهانسون صُممت خصيصاً للتعامل مع ثلاثة متغيرات فأكثر، وتعتمد على نظام مصفوفات حيث تُعامل جميع المتغيرات كمتغيرات "داخلية" (Endogenous) تؤثر وتتأثر ببعضها البعض في نفس الوقت دون افتراض مسبق للتبعية.

2. الفكرة الأساسية والبناء الرياضي

تعتمد منهجية جوهانسون على الإطار الرياضي لـ نموذج الانحدار الذاتي للمتجهات (VAR – Vector Autoregression). بدلاً من معادلة واحدة، يقوم النموذج ببناء نظام متزامن من المعادلات لجميع السلاسل الزمنية.

الفكرة الجوهرية تكمن في تحديد ما يُسمى بـ رتبة المصفوفة (r – Matrix Rank) لمصفوفة المعلمات في الأجل الطويل (مصفوفة $\prod$):

- إذا أدخلنا عدداً من السلاسل الزمنية مقداره (n).
- فإن جوهانسون يبحث عن عدد أشعة التكامل المشترك (Cointegrating Vectors)، والتي تمثل مسارات التوازن المستقلة بين هذه السلاسل.
- يمكن للنموذج أن يكتشف من 0إلى n−1علاقة تكامل مشترك. (مثال: إذا كنا ندرس 4 أسواق مالية، قد نجد ما يصل إلى 3 مسارات توازنية تربطها ببعضها).

3. الشروط الرياضية والقياسية القبلية

قبل تطبيق اختبار جوهانسون، يجب التحقق بصرامة من الشروط التالية:

1. تطابق درجة الاستقرار: تماماً مثل إنجل–غرانجر، يجب أن تكون جميع السلاسل المدروسة متكاملة من الدرجة الأولى I(1) (غير مستقرة في مستوياتها، ومستقرة بعد أخذ الفرق الأول).
2. تحديد فترات الإبطاء المثلى (Optimal Lags): يعتبر جوهانسون حساساً جداً لفترات الإبطاء. يجب استخدام معايير المعلومات (مثل معيار AIC أو SIC أو HQ) لتحديد فترات الإبطاء المثلى لنموذج VAR الأساسي قبل البدء.
3. غياب الارتباط الذاتي: يجب التأكد من أن بواقي نموذج VAR المقدر لا تعاني من مشكلة الارتباط الذاتي المتسلسل.

4. إحصائيات الاختبار (كيف نقرأ النتائج؟)

يعتمد جوهانسون على دالة "الإمكانية العظمى" (Maximum Likelihood) لتقدير المصفوفات، ويفرز إحصائيتين أساسيتين لاتخاذ القرار بشأن عدد علاقات التكامل (r):

- **أ. إحصائية الأثر (Trace Statistic):**

تختبر الفرضية العدمية القائلة بأن عدد أشعة التكامل المشترك هو أقل من أو يساوي r، مقابل الفرضية البديلة بأن عددها أكبر من r

- **ب.** إحصائية القيمة الذاتية العظمى (Maximum Eigenvalue Statistic):

تختبر الفرضية العدمية القائلة بأن عدد أشعة التكامل هو بالضبط r، مقابل الفرضية البديلة بأن عددها هو r+1.

قاعدة القرار: نقوم بمقارنة القيمة المحسوبة لهاتين الإحصائيتين مع القيم الحرجة (Critical Values). إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، نرفض الفرضية العدمية وننتقل للرتبة التي تليها، حتى نصل إلى نقطة نقبل فيها الفرضية العدمية، وتلك النقطة تحدد عدد العلاقات.

5. التطبيق المالي ونموذج تصحيح الخطأ الموجه (VECM)

إذا أثبت اختبار جوهانسون وجود علاقة تكامل مشترك واحدة على الأقل ($r \ge 1$)، فهذا يثبت التوازن طويل الأجل. للانتقال إلى دراسة الأجل القصير وسرعة العودة إلى التوازن، ننتقل من نظام (VAR) التقليدي إلى نموذج تصحيح الخطأ الموجه (Vector Error Correction Model – VECM).

المعادلة المبسطة لنموذج VECM هي:

$$\Delta Y_t = \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \ldots + \Gamma_{k-1} \Delta Y_{t-k+1} + \Pi Y_{t-1} + u_t$$

.

حيث:

- $Delta Y_t$: مصفوفة الفروق الأولى للمتغيرات (تمثل الأجل القصير).
- $Gamma$: مصفوفة معلمات الأجل القصير.
- ${Pi Y_{t-1}$: هذا هو حد تصحيح الخطأ (Error Correction Term) الذي يمثل الأجل الطويل. معاملاته تقيس سرعة استجابة الأسواق أو المتغيرات للصدمات لتعود إلى مسارها التوازني.

خلاصة:

منهجية جوهانسون هي الأداة الأقوى في الترسانة القياسية لدراسة محافظ الاستثمار المتنوعة، العلاقات النقدية الدولية، وتحليل الأسواق المتكاملة، لأنها لا تكتفي بإخبارك بوجود توازن، بل ترسم لك خريطة كاملة لعدد هذه التوازنات وطبيعة تداخلها دون تحيز مسبق.

الكود البرمجي لتطبيق منهجية جوهانسون للتكامل المشترك :

R

```
# ========================================================================
# 7. منهجية جوهانسون للتكامل المشترك (Johansen Cointegration Methodology)
# ========================================================================

# *** وليس الفروق (Level) ملاحظة هامة: نستخدم السلاسل في مستوياتها الأصلية ***

# ----------------------------------------------------------
# الخطوة 1: دمج السلاسل الزمنية في نظام مصفوفة واحد (System)
# ----------------------------------------------------------
# في جوهانسون، لا يوجد تابع ومستقل. نجمع المتغيرات التي نريد دراستها.
# سنختار 3 متغيرات كمثال: الناتج المحلي، سعر الصرف، ومؤشر السوق المالي
johansen_data <- cbind(gdp_index, Exchange_Rate, Stock_Market_Index)

# قد تنتج عن عملية الدمج لتجنب أخطاء التقدير (NA) حذف أي قيم مفقودة
johansen_data <- na.omit(johansen_data)


# ----------------------------------------------------------
# الخطوة 2: تحديد فترات الإبطاء المثلى (Optimal Lags Selection)
# ----------------------------------------------------------
# تختبر فترات الإبطاء من 1 إلى الحد الأقصى (مثلا 10) دالة VARselect
lag_selection <- VARselect(johansen_data, lag.max = 10, type = "const")

cat("\n*** معايير اختيار فترات الإبطاء المثلى ***\n")
print(lag_selection$selection)
```

```r
cat("\n*** معايير اختيار فترات الإبطاء المثلى ***\n")
print(lag_selection$selection)

# عادة ما نعتمد على معيار AIC أو SC (Hannan-Quinn).
# لنفترض أننا سنسحب فترة الإبطاء المثلى وفقا لمعيار AIC آليا:
optimal_lag <- lag_selection$selection["AIC(n)"]


# ------------------------------------------------------------
# الخطوة 3: تطبيق اختبار جوهانسون (Johansen Test)
# ------------------------------------------------------------
# سنقوم بإجراء الاختبارين: اختبار الأثر (Trace) واختبار القيمة الذاتية (Eigen)
# K: يمثل فترة الإبطاء المثلى التي استخرجناها في الخطوة السابقة
# ecdet = "const": لافتراض وجود قاطع (Intercept) في معادلة التكامل

# أ. اختبار إحصائية الأثر (Trace Statistic)
johansen_trace <- ca.jo(johansen_data, type = "trace", ecdet = "const", K = optim

# ب. اختبار إحصائية القيمة الذاتية العظمى (Maximum Eigenvalue)
johansen_eigen <- ca.jo(johansen_data, type = "eigen", ecdet = "const", K = optim
```

```r
johansen_trace <- ca.jo(johansen_data, type = "trace", ecdet = "const", K = optim

# ب. اختبار إحصائية القيمة الذاتية العظمى (Maximum Eigenvalue)
johansen_eigen <- ca.jo(johansen_data, type = "eigen", ecdet = "const", K = optim


# ------------------------------------------------------------
# الخطوة 4: عرض النتائج وقراءتها (Summary Interpretation)
# ------------------------------------------------------------

cat("\n============================================================\n")
cat("           نتائج اختبار الأثر (Trace Test)              \n")
cat("============================================================\n")
summary(johansen_trace)

cat("\n============================================================\n")
cat("   نتائج اختبار القيمة الذاتية (Max-Eigenvalue Test)   \n")
cat("============================================================\n")
summary(johansen_eigen)
```

الكود كاملا :

```
#
==================================================================
======
) منهجية جوهانسون للتكامل المشترك .7 #Johansen Cointegration Methodology(
#
==================================================================
======

) وليس الفروق ***Level# *** ملاحظة هامة: نستخدم السلاسل في مستوياتها الأصلية (

----------------------------------------------------------#
) الخطوة 1: دمج السلاسل الزمنية في نظام مصفوفة واحد #System(
----------------------------------------------------------#
# في جوهانسون، لا يوجد تابع ومستقل. نجمع المتغيرات التي نريد دراستها.
# سنختار 3 متغيرات كمثال: الناتج المحلي، سعر الصرف، ومؤشر السوق المالي
johansen_data <- cbind(gdp_index, Exchange_Rate, Stock_Market_Index(

) قد تنتج عن عملية الدمج لتجنب أخطاء التقدير NA# حذف أي قيم مفقودة (
johansen_data <- na.omit(johansen_data (


----------------------------------------------------------#
) الخطوة 2: تحديد فترات الإبطاء المثلى #Optimal Lags Selection(
----------------------------------------------------------#
تختبر فترات الإبطاء من 1 إلى الحد الأقصى (مثلا 10)#VARselect دالة
lag_selection <- VARselect(johansen_data, lag.max = 10, type = "const("

cat("\n\*** معايير اختيار فترات الإبطاء المثلى ***n("
print(lag_selection$selection(

). SC (Hannan-Quinn أو AIC# عادة ما نعتمد على معيار
آليا:AIC# لنفترض أننا سنسحب فترة الإبطاء المثلى وفقا لمعيار
optimal_lag <- lag_selection$selection["AIC(n["(


----------------------------------------------------------#
) الخطوة 3: تطبيق اختبار جوهانسون #Johansen Test(
----------------------------------------------------------#
) واختبار القيمة الذاتية (Trace# سنقوم بإجراء الاختبارين: اختبار الأثر (Eigen(
: يمثل فترة الإبطاء المثلى التي استخرجناها في الخطوة السابقةK#
) في معادلة التكاملIntercept": لافتراض وجود قاطع (ecdet = "const#

) أ. اختبار إحصائية الأثر #Trace Statistic(
johansen_trace <- ca.jo(johansen_data, type = "trace", ecdet = "const", K = optimal_lag(

) ب. اختبار إحصائية القيمة الذاتية العظمى #Maximum Eigenvalue(
johansen_eigen <- ca.jo(johansen_data, type = "eigen", ecdet = "const", K = optimal_lag(


----------------------------------------------------------#
) الخطوة 4: عرض النتائج وقراءتها #Summary Interpretation(
----------------------------------------------------------#
```

```
cat("\n=========================================================\n("
cat) نتائج اختبار الأثر          ")Trace Test)          \n("
cat("=========================================================\n("
summary(johansen_trace(

cat("\n=========================================================\n("
cat) نتائج اختبار القيمة الذاتية   ")Max-Eigenvalue Test)   \n("
cat("=========================================================\n("
summary(johansen_eigen(
```